CAPITULO V

INTRODUCCIÓN A LA TEORIA DE LAS PROBABILIDADES

15. En una caja existen 32 fichas numeradas del 1 al 8, en grupos de 4.

a. Se extrae 1 ficha, ¿cuál es la probabilidad de que sea par o divisible por 3?

b. Se repone la ficha y se extrae otra, ¿cuál es la probabilidad de que sea par?

16. Un grupo que consta de 5 hombres y 10 mujeres, se divide al azar en cinco grupos de tres personas cada uno. Calcular la probabilidad que en cada grupo haya un hombre.

17. Una urna contiene 4 bolas, las que fueron introducidas lanzando una moneda 4 veces. Si salió cara se puso una bola blanca, si salió escudo se puso una bola roja. A continuación se extrae una bola al azar y resulta ser blanca. ¿cuál es la probabilidad que en la caja queden por lo menos dos bolas rojas?

18. En el taller existen 8 taladros, de los cuales 5 no funcionan por desperfectos. Para el trabajo, se eligen aleatoriamente 5 de ellos.

a. ¿cuál es la probabilidad que se hayan elegido 2 sin desperfectos y 3 con desperfectos?

b. ¿cuál es la probabilidad que se hayan elegido todos sin desperfectos?

c. ¿cuál es la probabilidad que ninguno funcione en el trabajo?

19. Un lote de 100 lámparas contiene 10 piezas defectuosas. Si se selecciona 3 lámparas aleatoriamente, ¿Cuál es la probabilidad que solo una sea defectuosa?

20. La función de distribución acumulada de la variable aleatoria x está dado por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 10 \\ 0{,}25 & 10 \le x < 15 \\ 0{,}75 & 15 \le x < 20 \\ 1 & x \ge 20 \end{cases}$$

Determinar:

a. $P(x \le 10{,}5)$

b. $P(x \ge 15{,}5)$

c. Distribución de Probabilidad

21. Sobre una mesa existen 10 fichas, de las cuales 4 son rojas y 6 azules. Se eligen 6 fichas al azar.

a. ¿cuál es la probabilidad que se hayan elegido, 3 rojas y 3 azules?
b. ¿cuál es la probabilidad que se hayan elegido 6 azules?
c. ¿cuál es la probabilidad que se hayan elegido 6 rojas?

22. La función de distribución acumulada de la variable aleatoria x está dado por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ 0,5 & -1 \leq x < 0 \\ 0,8 & 0 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

Determinar:

a. $P(x \leq -0,5)$
b. $P(x \geq 1,5)$
c. Distribución de Probabilidad

23. Un grupo que consta de 5 hombres y 10 mujeres, se divide al azar en cinco grupos de tres personas cada uno. Calcular la probabilidad que en cada grupo haya un hombre.

24. Se extraen cartas aleatoriamente de una baraja de 52 cartas.

a. Extrae 3: ¿Cuál es la probabilidad que sean: un tres, un siete y un as.
b. Extrae 5: ¿Cuál es la probabilidad que sean 3 de mismo valor y 2 iguales de diferente valor?

25. Considere tres urnas; la urna I contiene dos bolas blancas y cuatro rojas, la II contiene ocho bolas blancas y cuatro rojas, y la III contiene una bola blanca y tres rojas. Se selecciona una bola de cada urna. ¿ cual es la probabilidad que la bola seleccionada de la urna II sea blanca, dado que la muestra contiene exactamente dos bolas blancas?

26. Se extraen cartas aleatoriamente de una baraja de 52 cartas.

a. Extrae 5: ¿Cuál es la probabilidad que sean 2 parejas y uno diferente?
b. Extrae 6: ¿Cuál es la probabilidad que sean 3 rojas y 3 negras?

CAPITULO VI
VARIABLES ALEATORIAS

27. Un agricultor encuentra que el peso en kg. de una papaya es una variable aleatoria x con función de densidad, donde x esta en kg.:

$$f(x) = \frac{2}{3} - \frac{1}{12}x^3 \qquad 0 \le x \le 2$$

a. ¿Cuál es la probabilidad que una papaya pese menos de 1 kg.?
b. ¿Si pesamos 48 papayas, cuantas probablemente pesen menos de 1 kg.?
c. Si elige al azar 3 papayas, ¿Cuál es la probabilidad de que las 3 pesen menos de 1 kg.?
d. ¿Cuál es la esperanza matemática o valor esperado de la probabilidad de peso de todas las papayas?

28. Una urna contiene 4 bolas, las que fueron introducidas lanzando una moneda 4 veces. Si salió cara se puso una bola blanca, si salió escudo se puso una bola roja. A continuación se extrae una bola al azar y resulta ser blanca. ¿cuál es la probabilidad que en la caja queden por lo menos dos bolas rojas?

29. La variable aleatoria X tiene la siguiente función de probabilidad:

$$p(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1/8 & 0 \le x < 1 \\ 3/8 & 1 \le x < 2 \\ 1/4 & 2 \le x < 3 \\ 1/4 & 3 \le x \end{cases}$$

a) Calcule la Distribución de Probabilidad
b) Calcule la Función de Distribución Acumulativa
c) Calcule $p(x < 1/2)$
d) Calcule $p(x \ge 2)$

30. Una urna contiene cinco bolas numeradas de 1 a 5, se extraen dos bolsas sin remplazamiento. Se define X como la suma de los números obtenidos. Determinar:

a. El espacio muestral Ω, o dominio de X
b. El rango de la variable aleatoria X
c. El evento equivalente en Ω a cada uno de los siguientes eventos en Rx

Ex = (3), Fx = (5), Gx = (6, 7,8)

d. La probabilidad de los eventos Ex, Fx, y Gx

31. La variable aleatoria X tiene la siguiente función de probabilidad:

$$p(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1/5 & 0 \le x < 1{,}2 \\ 1/5 & 1{,}2 \le x < 2 \\ 2/5 & 2 \le x < 3 \\ 1/5 & 3 \le x \end{cases}$$

a. Calcule la Distribución de Probabilidad
b. Calcule la Función de Distribución Acumulativa
c. Calcule $p(x < 1/2)$
d. Calcule $p(x \geq 2)$

32. En una urna existen 4 bolas numeradas, se hace el experimento de extraer dos sin reemplazo, se define la variable aleatoria x igual a la multiplicación de los dos valores:

a. ¿Cuál es el rango de la variable aleatoria x?
b. Calcule $p(x=2)$,
c. Calcule $p(x=6)$,
d. Calcule $p(3<=x<=6)$

33. La variable aleatoria X tiene la siguiente función de probabilidad:

$$p(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1/8 & 0 \leq x < 1 \\ 3/8 & 1 \leq x < 2 \\ 1/4 & 2 \leq x < 3 \\ 1/4 & 3 \leq x \end{cases}$$

e) Calcule la Distribución de Probabilidad
f) Calcule la Función de Distribución Acumulativa
g) Calcule $p(x < 1/2)$
h) Calcule $p(x \geq 2)$

34. Se lanzan dos dados y sean i,j los números obtenidos (i, j = 1,2,3,4,5,6) se define la variable aleatoria X (w) = m.c.d (i,j). Hallar:

a. El espacio muestral Ω, o dominio de X;

a. Escribe el rango Rx de la Variable Aleatoria X
b. El evento equivalente en Ω a cada uno de los siguientes eventos en Rx
Ex = (2), Fx = (2, 4,5) Gx = (1, 3,6)

c. La probabilidad de los eventos Ex, Fx, y Gx

35. La función de distribución de la variable aleatoria X esta dado por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < -1 \\ 0,5 & , \quad -1 \leq x < 0 \\ 0,8 & , \quad 0 \leq x < 2 \\ 1 & , \quad x \geq 2 \end{cases}$$

Determinar:

a) $P(X \leq -0.5) + P(X \geq 1.5)$
b) La función de probabilidad
c) La distribución de probabilidad de X.

36. La función de distribución de la variable aleatoria X esta dado por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 10 \\ 1/4 & , \quad 10 \leq x < 5 \\ 3/4 & , \quad 15 \leq x < 20 \\ 1 & , \quad x \geq 20 \end{cases}$$

Determinar:

a) $P(X \leq 10{,}5) + P(X \geq 15.5)$
b) La función de probabilidad
c) La distribución de probabilidad de X.

37. Considere a una persona que compra un billete de una lotería que vende 1.000 billetes y que da cuatro premios de Bs. 200, 10 premios de Bs. 100,. y 20 premios de Bs. 10, ¿cuánto debería estar dispuesto a pagar la persona por un billete de esta lotería?

38. ¿Cuántas cantidades diferentes de dinero pueden formarse con las monedas y billetes siguientes: 1 de 50 centavos, 1 de un boliviano, 1 de 5 bolivianos, 1 de 10 bolivianos, 1 de 50 bolivianos y de 100 bolivianos?

39. ¿Cuántos equipos de fútbol pueden formarse con 12 hombres que puedan ocupar cualquier posicione delantera y 10 hombres que pueden ocupar cualquiera de las demás posiciones?

40. ¿De cuántas formas diferentes pueden arreglarse tres focos rojos, cuatro amarillos y tres azules en una serie navideña que contiene diez porta focos?

41. Un aparato electrónico consta de dos partes. La probabilidad que falle la primera es 0.20, que fallen las dos partes es 0.15 y de que falle sólo la segunda es 0.45. Calcular la probabilidad que:

a) Falle sólo la primera parte

b) Falle la primera parte cuando se sabe que falló la segunda.

42. Una urna contiene 7 bolas rojas, y 3 blancas. Se extrae aleatoriamente tres bolas de la urna, sucesivamente sin reposición. Determinar la probabilidad que las dos primeras sean rojas y la tercera blanca.

CAPITULO VII
VARIABLES ALEATORIAS BIDIMENSIONALES

43. Dada la función de probabilidad conjunta

    p(x,y) = (x+y)/45 *x* = 1,2,3; *y* = 2,3,4

    a. Hallar la distribución de probabilidad marginal de *x* y *y*
    b. Cuál es la probabilidad de que *1<= x <=2* y *y=3*

44. La duración en minutos de un disco es una variable aleatoria x con una función de densidad:

$$f(x) = \begin{matrix} \frac{1}{3}x - \frac{1}{36}x^2 - \frac{3}{4} & ,3 \leq x \leq 9 \\ 0 & ,en\ otros\ casos \end{matrix}$$

a) ¿Cuál es la probabilidad que la duración de un disco exceda a 6 minutos?

b) Si la compañía graba 1.000discos, ¿Cuántos de ellos tiene una duración superior a 6 minutos?

45. Se lanzan dos dados y sean **i, j** los números obtenidos (**i,j** = 1, 2, 3, 4, 5, 6), se define la variable aleatoria X(ω) = **m. c. d (i, j).** Hallar:

(a) El dominio de X:
(b) Evaluar X(ω) para cada ω ε Ω;
(c) Escriba el rango de la variable aleatoria X
(d) El evento equivalente en Ω a cada uno de los siguientes eventos en R_X
E_X ={2}; F_X = {2, 4, 5}; G_X ={1, 3, 6}
(e) la probabilidad de los eventos E_X, F_X y G_X

46. Un ensamblador de computadores, determinó que la vida útil de cualquiera de sus computadores está dado por la siguiente función de probabilidad, donde x esta en años de funcionamiento:

$$f(x) = \frac{3}{32}(4x - x^2) \qquad 0 \leq x \leq 4$$

    a. ¿Cuál es la probabilidad de que un computador elegido al azar, dure menos de 1 año?
    b. ¿Si adquirimos 32 computadores, cuantas probablemente duren menos de 1 año?
    c. Si se elige al azar 3 computadores, ¿Cuál es la probabilidad de que las 3 duren menos de 1 año?
    d. ¿Cuál es la esperanza matemática o valor esperado de vida útil de los computadores?
    e. ¿Cuál la desviación estándar?

47. Dada la función de probabilidad conjunta

$$p(x,y) = \frac{(x+y)}{32} \qquad x = 1,2; \qquad y = 1,2,3,4$$

a. Hallar la distribución de probabilidad marginal de *x* y *y*
b. Cuál es la probabilidad de que *1<= x <=2* y *y=3*

48. Una urna contiene 6 bolas numeradas de 1 al 6. Se extraen dos bolas sin reemplazamiento. Se define la VA X como la suma de los números obtenidos. Determinar:

    a. El dominio de x.
    b. El rango de la variable aleatoria x
    c. P(x=4)
    d. P(6 ≤ x ≤ 7)

49. Las probabilidades que tres tiradores den en el blanco son: respectivamente iguales a 4/5, ¾ y 2/3. Si en un disparo simultáneo por los tres tiradores, exactamente dos dan en el blanco; hallar la probabilidad de que el tercer tirador haya fallado.

50. Se tiene en una urna 3 fichas negras y 2 rojas. Se extraen sucesivamente una ficha sin reposición hasta que salga una roja. Sea la VA X el número de extracciones que hay que realizar. Determinar:
    a. Los valores que puede tomar la variable y sus probabilidades asociadas.
    b. La función de distribución acumulativa F(x).

51. Se da la función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = ax^2 \qquad 0 \le x < 1$$
$$f(x) = a(2-x)^2 \qquad 1 \le x < 2$$
$$f(x) = 0 \qquad \text{otros casos}$$

    a. Para que valor de a la función f(x) es la densidad de probabilidad de una Variable Aleatoria x?
    b. Hallar función de distribución acumulativa F(x).

52. Una urna contiene 5 bolas numeradas de 1 al 5. Se extraen dos bolas sin reemplazamiento. Se define la VA X como la suma de los números obtenidos. Determinar:

    a. El dominio de x.
    b. El rango de la variable aleatoria x
    c. P(x=3)
    d. P(6 ≤ x ≤ 8)

53. Se le da la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria X

$$f(x) = \begin{cases} a \ \text{sen } x & , \quad \text{Si} \quad 0 \le x \le \pi \\ 0 & , \quad \text{en otros casos} \end{cases}$$

Determinar: (a) La constante a;

(b) La función de distribución

CAPITULO VIII

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VARIABLES DISCRETA Y CONTINUA TEORICAS

54. Sea x una variable aleatoria que sigue una distribución normal, con media μ= 5 y desviación estándar σ = 2. ¿Cuál es la probabilidad de que x tome valores entre 4 y 7?.

55. Considere tres urnas; la urna I contiene dos bolas blancas y cuatro rojas, la II contiene ocho bolas blancas y cuatro rojas, y la III contiene una bola blanca y tres rojas. Se selecciona una bola de cada urna. ¿ cual es la probabilidad que la bola seleccionada de la urna II sea blanca, dado que la muestra contiene exactamente dos bolas blancas?.

56. Un tirador hace tres disparos a un blanco. En cada uno de estos disparos la probabilidad de acertar es igual a ¾ . Si acierta una vez recibe 12,8 Bs., si acierta dos veces recibe 32 Bs., si acierta tres veces recibe 64 Bs. y si ninguno de los disparos da en el blanco, tiene que pagar 320 Bs. Calcular su ganancia esperada.

59. Sea x una variable aleatoria que sigue una distribución normal, con media μ= 5 y desviación estándar σ = 2. ¿Cuál es la probabilidad de que x tome valores mayores a 10?

60. El número de casos admitidos de emergencia en cierto hospital en 1 hora es una variable aleatoria con distribución de Poisson con λ = 3. Determinar la probabilidad que en cierta hora
    (a) Ningún caso de emergencia es admitido
    (b) Más de 3 casos de emergencia son admitidos

61. Ciertos automóviles llegan a una garita de peaje aleatoriamente con un promedio de 300 autos por hora. ¿Cuál es la probabilidad que
    (a) Llegue exactamente 1 automóvil durante un período de 1 minuto?
    (b) Lleguen por lo menos 2 automóviles en un período de 1 minuto?